مقدر (Sometimes-Pool) لدالة ألمعوليه للتوزيع الآسي باستخدام عينات المراقبة للزمن

علي حبيب كشمر

قسم علم الحاسبات، كلية العلوم، جامعة بغداد. بغداد-العراق.

الخلاصة

تناول البحث مشكلة تقدير دالة ألمعوليه R(t) واستخدام عينات المراقبة للزمن T_j وتم تعديل المقدر $\widetilde{R}_2(t)$ حيث أن:

$$\widetilde{R}_2(t)=\{[\exp(-t\,|\,\theta_0)]I_R+[\exp(-nt\,|\,K(n_1\hat{\theta}_1+n_2\hat{\theta}_2]I_{\bar{R}}\}$$

وللعينات (Type 1) واقتراح المقدر التالي:

$$\widetilde{R}_3(t)=\{[\exp(-tK\hat{\theta}_1-(1-K)\theta_0)]I_R+[\exp(-t(n_1r_0\hat{\theta}_1+n_2r_0\hat{\theta}_0)\,|\,(n_1+n_2)]I_{\bar{R}}\}$$

وتم اشتقاق ودراسة معادلات التحيز،متوسط مربعات الخطأ،حجم العينة المتوقع والكفاءة النسبية للمقدر المقترح ومقارنة النتائج مع بعض المقدرات الكلاسيكية والمتشابهة وأعطيت بعض النتائج العددية لبيان كفاءة المقدر المقترح.

SOMETIMES-POOL ESTIMATOR OF RELIABILITY FUNCTION OF EXPONENTIAL DISTRIBUTION FOR TIME CENSORED DATA

Ali Habeb Kashmar

Department of Computer, College Of Science, University of Baghdad. Baghdad-Iraq.

Abstract

A condense study was done for Some times-pool estimator of reliability function of exponential distribution for time concord data. The estimator $\widetilde{R}_2(t)$ is adjusted to be

$$\widetilde{R}_2(t)=\{[\exp(-t\,|\,\theta_0)]I_R+[\exp(-nt\,|\,K(n_1\hat{\theta}_1+n_2\hat{\theta}_2]I_{\bar{R}}\}$$

We proposed the estimator

$$\widetilde{R}_3(t)=\{[\exp(-tK\hat{\theta}_1-(1-K)\theta_0)]I_R+[\exp(-t(n_1r_0\hat{\theta}_1+n_2r_0\hat{\theta}_0)\,|\,(n_1+n_2)]I_{\bar{R}}\}$$

Study and derivative the equation of bias, MSE, size of data, and relative efficiency for the proposed estimator and compare with similar and classical estimators, and given some numerical results to show the efficiency of propose estimator

المقدمة

في هذه الدراسة سنتناول مشكلة وضع عدد من الوحدات التجريبية تحت اختبار ما، حيث أن ذلك الاختبار سيتوقف بعد زمن محدد نرمز له T_0 اي قبل ان تفشل جميع الوحدات. في هذه الحالة ان عدد الوحدات الفاشلة وزمن الفشل لكل وحدة عبارة عن متغير عشوائي [١] وان البيانات تسمى عينات المراقبة للزمن او من النوع الأول (Type 1 Censoring). ان مثل هذه البيانات عادة تشاهد في الحقول الهندسية، الطبية

وكافة فروع المعرفة التي تهتم بأعمار مفرداتها أو وحداتها التجريبية (Experimental Units) بالاعتماد على هذا النوع من العينات، وبافتراض توافر بعض المعلومات المسبقة بشكل قيم أولية θ_0 (Initial Values) حول المعلمة المجهولة θ سيتم تقدير الدالة ألمعوليه (Reliability Function) محققتين بذلك الادخار في الوحدات المعاينة للتوزيع الآسي (Exponential Distribution) ذو الدالة التجميعية (Cumulative Distribution) التالية

$$F(t\,|\,\theta)=1-\exp(-t\theta),\qquad t\geq\theta,\qquad \theta>0 \quad .....(1)$$

حيث أن θ تسمى معلمة القياس ،كما أن الدالة المعولية $R(t)$ للنظام (أو للوحدة) تعرف بأنها احتمال البقاء لذلك النظام (أو الوحدة) بصورة فرضية على الأقل للزمن t: وتعطى كما يلي:

$$R(t)=1-F(t\,|\,\theta)=\exp(-t\theta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

أن التقدير الكلاسيكي للمعلمة θ ومن ثم ل $R(t)$ من الممكن إيجاده بسهولة [٢] وكذلك أن التقدير البيزي (Bayes Estimator) للمعلمة θ و $R(t)$. درس من قبل عدد كبير من الباحثين نورد منهم [٣، ٤، ٥، ٦] ولغرض الاستفادة من المعلومات الأولية θ_0 وبتحقيق الادخار في تقديرات المعالم او الدوال ألمعوليه يتم استخدام الأسلوب المسمى SPT (Sometimes-Pool Test) ان أسلوب SPT قد طبق لتقدير مختلف المعالم للتوزيعات الإحصائية ومن قبل عدد من الباحثين [٣، ٤، ٧] إلا أن تقدير الدالة $R(t)$ بطريقة SPT لم يعطى الاهتمام المطلوب فقد قام [٨] بدراسة الدالة ألمعوليه $R(t)$ للتوزيع الآسي بطريقة SPT ذو المرحلة الواحدة باستخدام العينات الكاملة والمراقبة من النوع الثاني واقترحا المقدر الأتي:

$$\tilde{R}_2(t)=\{[\exp(-t\,|\,\theta_0)]I_R+[\exp(-nt\,|\,K(n_1\hat{\theta}_1+n_2\hat{\theta}_2]I_{\bar{R}}\} \quad ..(3)$$

حيث أن $I_{\bar{R}}, I_R$ هما دالتن رمزيتان تشيران إلى مجال القبول ومجال الرفض $\hat{\theta}_j, j=1,2$ مقدر دالة الإمكان الأعظم للمرحلة j .في هذا البحث سيتم التطرق لدراسة مشكلة تقدير دالة ألمعوليه $R(t)$ واستخدام عينات المراقبة للزمن T_j وبصورة أوضح حيث سيتم دراسة المقدر $\tilde{R}_3(t)$ الأتي والذي في حقيقته تعديل للمقدر (3) الوارد أعلاه وللعينات المسماة(Type1)

$$\tilde{R}_3(t)=\{[\exp(-tK\hat{\theta}_1-(1-K)\theta_0)]I_R+ [\exp(-t(n_1r_0\hat{\theta}_1+n_2r_0\hat{\theta}_0)\,|\,(n_1+n_2)]I_{\bar{R}}\} \quad \ldots(4)$$

حيث أن $\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_1$ مقدرا MLE ل θ بالاعتماد على Jr_0 الذي يمثل عدد المشاهدات التي يكون عمرها اقل من T_j ، J= 1,2 سيتم دراسة المقدر $\tilde{R}_3(t)$ من خلال معادلات التحيز، متوسط مربعات الخطأ، حجم العينة المتوقع والكفاءة النسبية وستقارن مع بعض الدراسات الكلاسيكية والمتشابهة.

المقدر بطريقة MLE للدالة ألمعوليه

في هذا النوع من العينات $n_j, j=1,2$ من المفردات توضع في اختبار حياتي ويتوقف الاختبار عند بلوغ زمن محدد مسبقا مقداره T_j كما أن أي مفردة تفشل تستبدل بمفردة جديدة مماثلة لها، حيث يرمز لهذا النوع من العينات (n_j, C, T_j) فمثلا العينة (C,1000, 100) فهذا يعني أن هناك 100 وحدة توضع تحت الاختبار حتى 1000 ساعة فإذا كان $Jr_0=15$ فهذا يعني أن هناك 15 حالة فشل تحدث خلال الفترة الزمنية التي هي (1000 ساعة) ان عدد الوحدات الفاشلة Jr_0 في هذا النوع من العينات ومن ثم تقديرات المعلمة θ تكون متغيرات عشوائية تتبع توزيع Poisson خلال الفترة الزمنية T_j [١]. أن هذا النوع من العينات قام بدراسته عدد من الباحثين [٩، ١٠]. نفرض أن Jr_0 متغير عشوائي متقطع d.r.v يمثل عدد الوحدات الفاشلة والمشاهدة خلال الزمن T_j ونفرض أن $jx_{r0}, jx_{r1}, \ldots\ldots\ldots, jx_{ri}$ تمثل أزمان الوحدات الفاشلة ذات العدد Jr_0 . ان MLE لـ θ يكون [١] كما يلي:

$$\hat{\theta}_j = jr_0 / n_jT_j \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

أن توزيع المقدر $\hat{\theta}_j$ يعطى بالصيغة التالية:

$$R(\hat{\theta}_j)=\begin{cases}\dfrac{(n_jT_j\theta)^{r_0}}{jr_0!}\exp(-n_jT_j\theta), & jr_0=0,1,2,\ldots\ldots \\ 0 & Otherwise\end{cases} \quad \cdots\cdots(6)$$

كما أن مقدر الـ MLE لدالة المعولية في حالة الترافد هو :

$$\tilde{R}(t)=\exp(-t(\frac{n_1\hat{\theta}_1+n_2\hat{\theta}_2}{n_1+n_2})) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

وان متوسط مربعات الخطأ للمقدر $\tilde{R}(t)$ أعلاه يكون كما يلي:

$$MSE(\tilde{R}(t),R(t))=\exp(-2t\theta)*I \quad \ldots.(8)$$

$$I=\begin{bmatrix} [\exp(2t\theta)\sum_{jr_0=0}^{\infty} \begin{matrix}\exp(-(\frac{2t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{jr_0}/jr_0!\times \\ \sum_{jr_0=0}^{\infty}\exp(-(\frac{2t_ir_0}{T_2(n_1+n_2)}(n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{jr_0}/jr_0!\end{matrix} \\ \frac{\exp(-(t_1r_0+n_2T_1\theta)(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{T_1(n_1+n_2)}/1r_0! \\ -2\exp(\theta)\sum_{jr_0=0}^{\infty} \sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{ex[(-(\frac{\theta_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}(n_2T_2\theta)(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{2r_0!}+1 \end{bmatrix}$$

المقدر المقترح $\tilde{R}_3(t)$

أن تعويض مقدر الإمكان الأعظم $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ في (4) كما ورد في العلاقة (5) نحصل على :

$$\tilde{R}_3(t)=\begin{cases} exp((-\frac{tK_1^{r_0}}{n_1T_1}-t(1-K)\theta_0)), & if \quad \hat{\theta}_1\in R \\ exp(-\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}-\frac{t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}), & if \quad \hat{\theta}_1\notin R \end{cases} \quad ......(9)$$

حيث أن R سيتم إيجاده بالاعتماد على العلاقة التالية:

$$R=\{\hat{\theta}_1:(\hat{\theta}_1-\theta_0)^2\le MLE(\hat{\theta}_1\mid\theta_0)\}......... \quad (10)$$

وبعد أجراء بعض التعويضات والتبسيطات نحصل على:

$$R=\begin{bmatrix} max(\theta,(1-\frac{\theta_0\sqrt{\frac{n_1^{\,2}}{\theta_0n_1T_1}+\frac{n_2^{\,2\,2}}{\theta_0n_2T_2}}}{(n_1+n_2)})), \\ (1+\frac{\theta_0\sqrt{\frac{n^2{}_1}{\theta_0n_1T_1}+\frac{n_2^{\,2}}{\theta_0n_2T_2}}}{(n_1+n_2)}) \end{bmatrix} \quad .... (11)$$

أن معادلتي التحيز ونسبة التحيز للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ تكون على التوالي وكما يلي.:

$$B(\tilde{R}_3(t),R)=(sum1+sum2*(L))-exp(-t\theta) \quad (12)$$

$$sum1=exp(-t(1-K)\theta_0)\sum_{ir_0}^{\infty}\frac{(n_1T_1\theta)^{1r_0}\,exp(-(\frac{tK1^{r_0}}{n_1T_1}+n_1T_1\theta))}{1^{r_0!}}$$

$$sum2=\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{exp(-(\frac{t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{1r_0}}{2^{r_0!}}$$

$$L=\begin{bmatrix}\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\frac{exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}}{\sum\frac{exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta)(n_1T_1\theta)}{2^{r0}}}^{1r_0}\end{bmatrix}$$

$$B(\tilde{R}_3(t),R)/exp(-t\theta)=s_1+Ls-s_3-1 \quad ....(13)$$

$$s_1=\exp(-t\theta((1-K)\lambda-1))\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{tK_1r_0}{n_1T_1}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}$$

$$Ls=\begin{bmatrix}\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{exp(-(\frac{t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta)(n_1T_1\theta)^{2r_0}}{2^{r_0!}} \\ \sum_{1r_0=0}^{\nabla\infty}\frac{exp(-(\frac{t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta)(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}\end{bmatrix}$$

$$s_3=\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{exp(-(\frac{t_1r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}$$

كما ان معادلتي متوسط مربعات الخطأ والكفاءة النسبية للمقدر $\hat{R}_3(t)$ ستكون على التوالي وكما يلي:

$$MSE(\tilde{R}_3(t),R)=g*ss1+ss2+ss3+ss4-ss5+ss6+ss7 \quad (14)$$

$$g=exp(-2t\theta)(exp(-(2t\theta((1-K)\lambda-1))$$

$$ss_1=\sum_{1r_0}^{\infty}\frac{exp(-(\frac{2tk_1r_0}{n_1T_1}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1^{r0}}}{1^{r_0!}}$$

$$SS2=-2\exp(-(t\theta((1-K)\lambda1-))\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{tK_1r_0}{n_1T_1}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}$$

$$SS3=2\exp(2t\theta)\sum_{2r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{2t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{2^{r_0!}}$$

$$SS4=\begin{bmatrix}\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{2t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}-\sum\frac{\exp(-(\frac{2t_1r_0}{T(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}\end{bmatrix}$$

$$SS5=-2\exp(t\theta)\sum_{2r_0=0}^{\infty\nabla\infty}\frac{\exp(-(\frac{2t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{2^{r_0!}}$$

$$SS6=\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\ \theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}$$

$$SS7=\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}+1$$

وباستخدام معادلتي (14، 8) نحصل على معادلة الكفاءة النسبية والتي تعرف:

$$=\begin{bmatrix} exp(2\theta)\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{exp(-(\frac{2t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}\sum_{2r_0=0}^{\aleph}\frac{exp(-(\frac{2t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}(n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{2^{r_0!}} \\ -2xp(\theta)\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0!}}\sum_{2r_0=0}^{\aleph}\frac{exp(-(\frac{t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}(n_2T_2\theta)(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{2^{r_0!}}+1\end{bmatrix}$$

$$\exp(2\theta)\exp(-2t\theta)((1-K)\lambda-1))\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{2tK_1r_0}{n_1T_0}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0}!} \quad (15)$$

$$RE(\tilde{R}_3(t),R)=MSE(\tilde{R}(t),R)/MSE(\tilde{R}_3(t),R)$$

$$=2\exp(-t\theta((1-K)\lambda-1))\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{tK_1r_0}{n_1T_1}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0}!}$$

$$\left[\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{2t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{1^{r_0}!}-\right]$$

$$\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{2t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_1T_1\theta))(n_1T_1\beta\theta)^{1r_0}}{1^{r_0}!}-2\exp(t\theta)\sum_{2r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{t_2r_0}{T_2(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_2T_2\theta)^{2r_0}}{2^{r_0}!}$$

$$\left[\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0}!}-\sum_{1r_0=0}^{\infty}\frac{\exp(-(\frac{t_1r_0}{T_1(n_1+n_2)}+n_2T_2\theta))(n_1T_1\theta)^{1r_0}}{1^{r_0}!}\right]-1$$

للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ تكون كما يلي::

$$E(n\,|\,\tilde{R}_3(t),R)=n-(n-n_1)\sum_{1r_0=}^{\infty}\frac{(n_1T_1\theta)}{1r_0!}\exp(-n_1T_1\theta) \quad (16)$$

النتائج العددية والاستنتاجات

في هذا المبحث درست معادلات الكغاءة النسبية والتحيز للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ حيث تم اختيار الثوابت التالية:

$Q_1=(n_1T_1\theta)=0.5(0.5)2$,
$Q_2=(n_2T_2\theta)=0.5(0.5)2$. $K=0.1(0.1)1.0$
$n_1=4(2)12$, $n_2=2(2)12$, $t\theta=2(0.3)209,3$,
$\lambda=0.1(0.1)10.0$

وتم وضع بعض النتائج في الجداول(من 1 الى 4) وقد توخينا الاختصار في ذكرجميع النتائج وادناه ملخصا لها:

١–ان السلوك العام للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ مشابه لسلوك مقدرات التقلص بصورة عامة.

٢–من خلال ملاحظة تلك الجداول نلاحظ اتساع المجال الفعال للمقدر $\tilde{R}_3(t)$ حيث تكون القيم $0.1\le\lambda\le10.0$ وهذا يعني ان المقدر المقترح $\tilde{R}_3(t)$ أفضل بكثير من مقدر الامكان الاعظم $\tilde{R}(t)MLE$.

٣–تكون الكفاءة النسبية دالة متناقصة لقيم λ حيث ان $\lambda>1, |\lambda-1|>0.1$ ومتزايدة عندما $\lambda<0.9$ وهذا يعني ان الكفاءة تتناقص كلما ابتعدنا عن جوار θ_0,

٤–لوحظ ان نسبة التحيز دالة مقعرة بالنسبة ل λ ونسبة التحيز تكون معقولة في جوار θ_0 ،

٥–وجد ان الكفاءة النسبية تكون عالية عند $n_2=12$ ، $n_1=4$,

٦–لوحظ ان الكفاءة النسبية تكون دالة متزايدة مع $t\theta$ وان اعلى كفاءة نسبية متحققة عند $t\theta=3$

٧–ان الكفاءة النسبية تكون عالية عندما تكون قيم Q_2 ، Q_1 غير كبيرة وقد وجد ان الاختبار $Q_1=Q_2=0.5$ أعطى كفاءة نسبية عالية للاختبارات الاخرى ل Q_2 ، Q_1.

٨–ان حجم العينة المتوقع يكون قريبا الى حجم العينة الاولى n_1 كلما كانت n_2 صغيرة (وهذا يعطي اكبر ادخار ممكن في مفردات العينة) وتكبر كلما كبر حجم العينة الثانية.

٩–ان مقارنة النتائج العددية الخاصة بالمقدر $\tilde{R}_3(t)$ مع النتائج العددية للباحثين [2، 5] تبين ان نتائج المقدر المقترح $\tilde{R}_3(t)$ أفضل من تلك المقدرات.

Table (1) Showing $RE(\tilde{R}_3,(t))$ **with** $Q_1 = Q_2 = 0.5$, $t\theta = 2$, $K = 0.1$

n_2	λ / n_1	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1.0**	**1.1**	**1.7**	**2.0**	**5.0**	**10.0**
4	**2**	1.449.	2.250	3.579	5.797	9.799	16..985	27.979	43.561	122.244	131.799	99.192	26.152	20.931	15.404	15.408
	4	1.430	2.239	3.575	5.790	9.603	16.902	27.807	43.385	130.047	141.053	104.009	26.229	20.978	15.224	15.225
	6	1.433	2.237	3.560	5.780	9.641	16.889	27.699	43.355	146.841	160.970	114.577	26.932	20.776	15.3737	15.273
	8	1.430	2.232	3.555	5.644	9.555	14.899	23.81	34.903	169.338	188.234	128.099	27.806	20.989	15.407	15.407
	10	1.425	2.219	3.431	5.559	9.410	12.959	19.288	25.779	191.908	216.283	140.081	28.640	21.277	15.589	15.589
6	**2**	1.476	2.297	3.460	5.860	9.874	16.663	29.678	46.488	41.0850	133.229	100.632	26.744	21.666	15.802	15.802
	4	1.432	2.280	3.456	5.852	9.799	16.487	29.576	46.450	123.517	133.363	99.863	26.030	20.751	15.273	15.273
	6	1.430	2.273	3.551	5.836	9.674	16.471	29.468	46.385	80.047	141.653	104.009	26.239	20.476	15.315	15.215
	8	1.428	2.264	3.545	5.828	9.493	16.467	28.328	46.281	140.435	153.331	220.593	26.666	20.727	15.243	15.245
	10	1.425	2.230	3.540	5.822	9.488	15.943	28.249	42.341	153.505	169.455	118.899	27.213	20.836	15.311	15.311
8	**2**	1.546	2.360	3.735	6.117	9.859	16.989	28.550	47.584	126.793	136.503	103.234	27.014	22.107	15.216	15.274
	4	1.449	2.250	3.675	5.987	9.805	16.885	28299	47.502	122.244	131.790	99.192	26.152	20.931	15.407	15.407
	6	1.439	2.238	3.566	5.815	9.799	16.633	28.285	47.491	124.729	134.798	100.617	26.043	20.711	15.274	15.434
	8	1.433	2.239	3.545	5.812	9.771	16.602	28.267	47.394	130.047	141.052	104.099	26.229	19.688	15.407	15.215
	10	1.430	2.231	3.542	5.810	9.765	16.591	28.256	47.228	137.517	149.720	108.758	26.318	20.708	15.234	15.232
10	**2**	1.500	2.427	3.837	6.172	9.630	16.385	27.769	48.927	122.433	131.790	99.192	28.311	22.754	14.215	15.779
	4	1.456	2.571	3.602	5.825	9.603	16.270	27.705	48.561	122.790	132.102	99.657	26.411	21.188	15.233	15.609
	6	1.435	2.241	3.560	5.796	9.557	16.210	27.638	48.455	125.603	132.497	99.488	26.049	20.802	15.779	15.331
	8	1.433	2.238	3.547	5.788	9.545	16.198	27.585	48.411	130.047	141.052	101.169	26.264	20.696	16.609	15.252
	10	1.430	2.230	3.540	5.781	9.534	16.188	27.449	48.319	133.718	134.916	104.600	26.239	20.678	15.331	15.256
12	**2**	1.602	2.492	3.938	6.329	9.663	16.962	27.378	49.733	123.707	133.790	108.692	29.982	23.098	17.246	15.245
	4	1.470	2.290	3.641	5.877	9.603	16.857	26.488	49.628	122.244	133.363	99.192	26.744	21.466	15.427	15.822
	6	1.449	2.255	3.575	5.797	9.597	16.771	26.375	49.531	123.517	136.577	99.863	26.745	20.911	15.293	15.437
	8	1.432	2.239	3.565	5.771	9.553	16.752	26.284	49.448	123.276	136.472	131.861	26.152	20.751	15.327	15.293
	10	1.430	2.230	3.554	5.767	9.542	16.745	26.253	49.438	126.728	136.458	131.648	26.030	20.684	15.291	15.297

Table (2) Showing $RE(\tilde{R}_3,(t))$ **with** $Q_1 = Q_2 = 0.5$ **,** $t\theta = 2.9$**,** $K = 0.1$

λ n_1	n_2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.7	2.0	5.0	10.0
4	**2**	1.873	3.347	6.696	11.390	21.989	44.466	94.972	208.126	814.46	1076.60	659.33	143.55	123.78	109.29	109.96
	4	1.857	3.338	6.686	11.382	21.828	43.569	89.544	174.043	735.81	945.315	658.57	143.66	123.17	108.89	109.81
	6	1.866	3.332	6.059	11.275	21.604	42.871	87.458	133.124	668.76	838.312	559.29	145.19	123.36	108.87	109.29
	8	1.861	3.308	5.961	10.909	20.235	37.635	67.893	110.845	628.70	776.536	530.88	149.19	123.29	128.56	108118
	10	1.852	3.266	5.801	11.958	18.269	31.227	49.349	68.604	616.41	757.043	522.41	182.88	123.17	108.43	108.08
6	**2**	1.898	3.389	6.160	11.361	21.941	44.926	97.971	208.297	688.43	869.172	573.02	145.41	125.46	110.79	110.77
	4	1.868	3.339	6.688	11.339	21.885	43.869	94.912	194.089	652.25	813.576	547.54	143.20	123.53	108987	108.89
	6	1.867	3.338	6.880	11.181	21.859	43.759	91.919	192.776	628.70	776.526	530.88	143.66	123.45	108.75	108.75
	8	1.866	3.235	6.075	11.666	21856	43.721	91.582	174.676	617.27	758.886	528.39	144.92	123.30	108.68	108.68
	10	1.856	3.326	5.334	11.370	21.344	43.704	81.354	152.221	615.10	754.836	522.76	146.83	123.11	108.55	108.54
8	**2**	1.954	3.453	6.274	11.366	22.889	44.961	99.881	208.397	645.20	801.719	542.54	143.20	127.89	112.92	112.91
	4	1.857	3.347	6.090	11.361	21.959	43.845	94.812	199.852	634.71	7783915	538.24	143.55	123.79	109.29	109.22
	6	1.850	3.334	6.089	11.345	21.809	43.569	93829	199.243	633.74	776.532	530.88	143.22	123.34	108.82	108.81
	8	1.855	3.338	6.085	11.340	21.884	43.444	93.528	183.142	619.20	761.718	523.91	143.13	123.17	108.77	108.75
	10	1.976	3.337	6.080	11.333	21.785	43.431	93.122	173.357	616.47	757.043	522.44	143.08	123.15	108.63	108.62
10	**2**	1.884	6.527	6.474	11.904	22.755	44.788	94.912	208.397	684.40	799.481	549.99	151.48	130.69	109.93	115.99
	4	1.869	3.354	6.188	11.389	21.866	43.953	93.627	202.077	628.79	797.433	530.88	144.33	124.50	108.00	109.92
	6	1.876	3.347	6.082	11.345	51.845	43.756	90.951	189.657	624.48	776.521	524.78	143.29	123.49	108.79	108.99
	8	1.860	3.330	6.080	11.333	21.832	43.565	88.428	177.482	620..96	759.764	522.28	143.25	123.26	108.72	108.78
	10	2.024	3.666	6.077	11.325	21.028	43.549	84.936	174.636	616.67	757.433	521.22	143.16	123.17	105.39	108.62
12	**2**	1.898	3.389	6.549	12164	23.289	45.649	93.960	208.147	662.82	813.331	562.16	156.38	133.61	117.91	117.97
	4	1.888	3.347	6.160	11460.	21.941	44.346	91.911	203.712	623.14	833.331	538.39	145.42	125.46	110.74	110.77
	6	1.875	3.339	6.090	11350	21.805	43.926	93.434	194.126	621.51	765.578	528.26	143.33	123.78	109.29	109.29
	8	1.858	3.335	6.080	11.345	21.788	43.506	89.544	183.592	618.22	764.824	525.74	143.24	123.33	108.89	108.88
	10	1.867	3.325	6.073	11.371	21.751	43.421	88.856	183.114	616.58	758.886	522.47	143.11	123.14	108.79	108.77

Table (3) Showing $B(\tilde{R}_3,(t))$ **with** $Q_1 = Q_2 = 0.5$, $t\theta = 2$, $K = 0.1$

n_1	λ / n_2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
4	2	3.025	2.428	1.723	1.269	1.066	0.631	0.336	0.112	0.051	0.029	0.054
	4	3.325	2.523	1.874	1.328	1.089	0.768	0.408	0.275	0.075	0.033	0.061
	6	3.045	2.616	1.910	1.483	1.124	0.824	0.573	0.363	0.189	0.042	0.079
	8	3.139	2.209	2.008	1.578	1.216	0.918	0.667	0.459	0.283	0.137	0.015
	10	3.227	2.236	2.095	1.665	1.305	1.005	0.754	0.545	0.370	0.224	0.102
6	2	2.625	2.320	1.698	1.263	0.900	0.652	0.353	0.044	0.420	0.176	0.208
	4	2.853	2.428	1.721	1.291	0.912	0.631	0.389	0.171	0.003	0.109	0.271
	6	2.497	2.523	1.815	1.385	1.025	0.725	0.474	0.265	0.090	0.455	0.177
	8	3.045	2.196	1.913	1.483	1.124	0.824	0.573	0.363	0.189	0.042	0.079
	10	3.139	2.330	2.008	1.577	1.218	0.918	0.667	0.458	0.283	0.137	0.015
8	2	2.813	2.196	1.681	1.215	0.892	0.592	0.341	0.431	0.043	0.189	0.311
	4	2.853	2.236	1.723	1.291	0.931	0.613	0.380	0.171	0.082	0.149	0.271
	6	2.813	2.166	1.681	1.251	0.897	0.592	0.341	0.131	0.088	0.188	0.311
	8	2.947	2.330	1.815	1.385	1.025	0.725	0.475	0.265	0.090	0.055	0.167
	10	2.996	2.379	1.864	1.436	1.079	0.775	0.534	0.314	0.139	0.031	0.128
10	2	2.853	2.236	1.723	1.291	0.931	0.631	0389	0.162	0.003	0.061	0.271
	4	2.947	2.254	1.815	1.365	1.025	0.725	0.478	0.265	00.091	0.149	0.177
	6	2.879	2.291	1.739	1.308	0.969	0.649	0.392	0.189	0.082	0.051	0.253
	8	2.908	2.306	1.776	1.366	0.986	0.686	0.436	0.225	0.014	0.131	0.216
	10	2.947	2.330	1.815	1.385	1.027	0.725	0.475	0.265	0.052	0.094	0.177
12	2	2.802	2.185	1.670	1.240	0.881	0.589	0.330	0.112	0.095	0.055	0.322
	4	2.825	2.209	1.698	1.263	0.904	0.604	0.352	0.144	0.054	0.200	0.398
	6	2.832	2.241	1.694	1.364	0.851	0.663	0.359	0.301	0.030	0.176	0.241
	8	2.882	2.266	1.751	1.321	0.756	0.691	1.410	0.239	0.039	0.163	0.149
	10	2.914	2.297	1.782	1.352	0.689	0.529	0.442	0.159	0.026	0.119	0.121

Table (4) Showing $E(n \mid \tilde{R}_3,(t))$ **with** $Q_1 = Q_2 = 0.5$, $n_1 = 2(2)12$, $n_2 = 2(2)10$, $\lambda = 0.1(0.1)1.$

n_1	4					6				
n_2	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
E.ff	4.786	5.573	6.368	7.147	7.934	6.773	7.573	8.360	9.147	9.934
n_1	8					10				
n_2	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
E.ff	8.786	9.573	10.360	11.147	11943	10.786	11.573	12.361	13.147	13.934

References

1. Gnedenko, B, V. Belyayev, Ku, K, and Solovyev A, D. **1969**. *Mathematical Methods of Reliability Theory*. Academic Press
2. Sinha, S, K. **1986**. *Reliability and Life Testing*, Wily Eastern Limited.
3. Basu, A.P. **1964**. *Estimates of reliability for some distributions useful in life testing*. Technometrics, 6. P215
4. Lingappaiah, G, S. **1978**. Bayesian approach to the estimation of reliability from complete and censored samples in the exponential distribution. The *J, of the Industrial Math.Society*, **28**(2):101
5. Pugh, E.L. **1963**. *the best estimate of reliability with exponential case*, Operat, Res, 11, P, 57
6. Sinha, S.K, and Irwin Guttman **1976**. Bayesian inference about the reliability function for the exponential distribution, *Commun, Statistic, Theory Math*, **A5**(5):471.
7. Pandey M, and Upadhyay, S, K**. 1985**. *Bayesian shrinkage estimation of reliability from censored sample with exponential failure model*, South Africa, Statist, JP.21
8. Al- Hemyari, Z, A.; Madhi, J. and Al-Jebori, A, H. **2005**,*Two stage pooling Reliability function pretesimator of exponential distribution*, J, collage of Education, Al-Must, univ,
9. Al-Hemyari, Z.A. **2007**. *Pool-testimator of the mean life for time censored data-Al-fath* J, Must, univ, 4, p.1
10. Handa, B, R.; Kambo, N, S. and Al-Hemyari, Z, A. **1988.** *On double stage shrunken estimator for the mean of exponential distribution*.IAPQR,Trans,13,1,P19